

Uji Kecepatan Algoritma Convex-Hull: Graham dan Melkman

Djoni Haryadi Setiabudi

Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Informatika, Universitas Kristen Petra
e-mail : djonihs@petra.ac.id

Edwin Jayasaputra

Alumni Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Elektro, Universitas Kristen Petra

Abstrak

Pembuatan convex hull pada simple polygon adalah aplikasi dasar pada komputer grafik yang dapat dikembangkan menjadi aplikasi grafik lain yang lebih kompleks. Tidak semua algoritma convex hull pada simple polygon mempunyai kecepatan dan ketepatan yang sama baiknya. Sehingga perlu dipilih yang terbaik dari algoritma – algoritma tersebut.

Pada penelitian ini dibandingkan dua algoritma convex hull yaitu algoritma Three Coins (Graham) dan algoritma A.A. Melkman's, sebagai acuannya adalah simple polygon. Kedua algoritma ini akan dibandingkan berdasarkan kecepatan proses dalam pembuatan convex hull. Pada algoritma Three Coins dicari titik ekstrim dan digunakan bubble sort dalam prosesnya sedang pada algoritma Melkman tidak memakai proses sorting namun memakai decque.

Hasil analisis program ditinjau dari kompleksitas waktu, didapatkan bahwa untuk algoritma Three Coins (Graham) adalah $O(n^2)$ sedangkan algoritma Melkman adalah $O(n)$. Dari hasil pengujian yang diulangi sebanyak dua puluh lima kali, didapatkan bahwa kecepatan rata-rata untuk membuat convex hull untuk simple polygon dengan 50 vertices, menggunakan algoritma Three Coins (Graham) adalah 53.8584 ms sedangkan kalau memakai algoritma Melkman adalah 0,116 ms. Ini berarti algoritma Melkman lebih cepat 464 kali untuk pembuatan convex hull untuk simple polygon dibandingkan dengan algoritma Three Coins (Graham).

Kata kunci: convex-hull, simple polygon, Three Coins, Graham, Melkman, kecepatan, komputer grafik.

Abstract

The creating of convex hull for simple polygon is the basic application for computer graphics that can be developed to more complex application. Not all of convex hull algorithms have the same speed and quality, therefore it needs to choose the most appropriate one for our computer graphics application.

In this research, two convex hull algorithms will be consider, those are Three Coin's (Graham) and A.A. Melkman's algorithms. Both of them will be compared based on the speed in creating the convex hull. In Three Coins algorithm, we find an extremal point and used bubble sort for its processes, while Melkman algorithm does not used sorting but it uses decque.

From the analysis of the program which can be seen from time complexity, it is proved that Three coins algorithm had $O(n^2)$ while Melkman algorithm had $O(n)$. From the result of testing repeatedly 25 times, it can be found that the average speed to create convex hull for simple polygon using 50 vertices, Three Coins (Graham) algorithm needs 53,8454 ms, while Melkman algorithm needs 0,116 ms. It means that the Melkman algorithm is faster 464 times than Three Coins (Graham) algorithm to create convex hull for simple polygon.

Keywords: convex-hull, simple polygon, Three Coins, Graham, Melkman, speed, computer graphics.

Pendahuluan

Adanya berbagai macam algoritma convex hull yang bisa digunakan untuk simple polygon. Dengan banyaknya algoritma yang ada ini tentunya menyulitkan untuk menentukan algoritma mana yang cocok untuk digunakan pada suatu bentuk simple polygon tertentu.

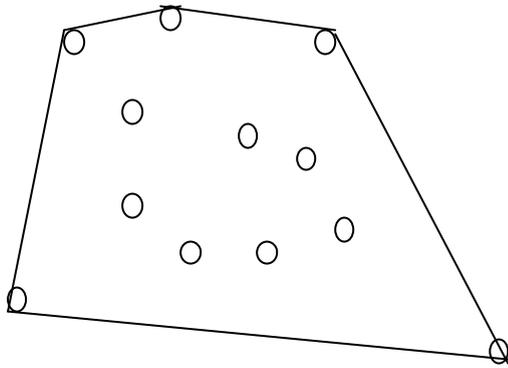
Tujuan penelitian ini adalah mengadakan penelitian terhadap algoritma convex hull untuk simple polygon dimana nantinya akan diketahui kelebihan dan kekurangan dari masing-masing algoritma.

Dalam penelitian ini akan dilakukan perbandingan terhadap dua algoritma yaitu algoritma Three Coin's dan algoritma A.A. Melkman's. Perbandingan yang akan dilakukan meliputi proses pembuatan convex hull dari masing-

Catatan: Diskusi untuk makalah ini diterima sebelum tanggal 1 Mei 2002. Diskusi yang layak muat akan diterbitkan pada Jurnal Teknik Elektro volume 2, nomor 2, September 2002.

masing algoritma, dan kecepatan dari hasil yang diperoleh.

Convex Hull dari kumpulan sejumlah titik adalah suatu convex set terkecil yang didalamnya terdapat titik-titik tersebut. Dalam dua dimensi ini merupakan convex polygon.

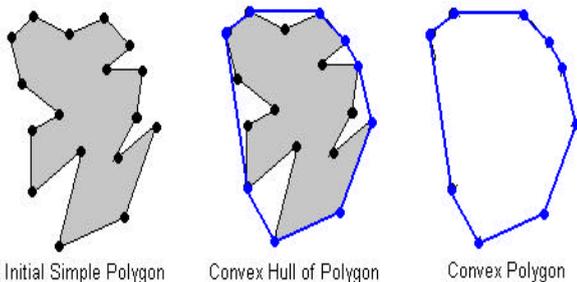


Gambar 1. Convex Hull

Simple polygon adalah bentuk dua dimensi yang mempunyai banyak sudut dimana tidak terdapat perpotongan antara sudutnya.. Setiap simple polygon mempunyai daerah dalam dan daerah luar.

Sebuah simple polygon dikatakan convex jika besarnya derajat dalam yang terbentuk untuk setiap sudut lebih kecil dari 180 derajat.

Convex hull dari sebuah polygon P adalah daerah terkecil dari convex polygon dimana melingkupi polygon P. Bisa juga dikatakan rubber band yang menutupi sekeliling P. Convex hull dari sebuah convex polygon P ada P itu sendiri.



Gambar 2. Proses Pembuatan Convex Polygon

Algoritma Convex Hulls

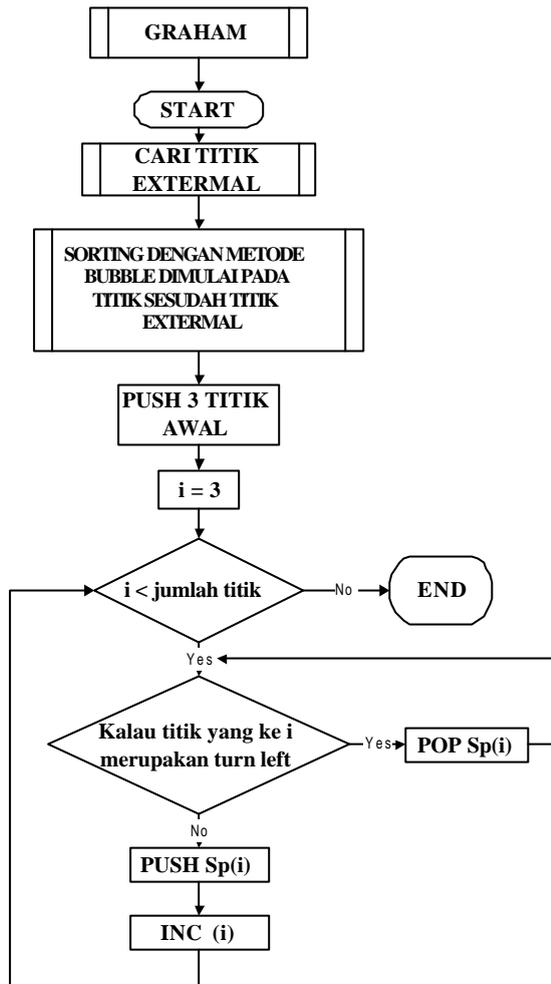
1. Algoritma Three Coins

Algoritma three coins ini dikembangkan secara sendiri-sendiri oleh Graham dan Sklansky pada tahun 1972, untuk mencari convex hull. [1]

Graham mengemukakan untuk menggunakan algoritma three coins untuk mencari convex hull dari sejumlah titik. Algoritma yang digunakan adalah penyederhanaan dari versi graham yang semula. Pada algoritma Graham digunakan sorting dengan metode bubble. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam algoritma ini adalah :

1. Tentukan titik extremal yaitu sebuah titik yang paling jauh dari semua titik dalam beberapa arah (sebagai contoh, titik dengan koordinat y yang terkecil) dan berikan nama P_0 .
2. Lakukan sorting pada pada titik yang tersisa $n-1$ secara radial, dan gunakan P_0 sebagai titik awal.
3. Tempatkan tiga coin pada vertices P_0, P_1, P_2 dan namakan titik-titik itu masing-masing dengan “back”, “center”, dan “front” secara berurutan (Titik-titik itu akan berputar ke kanan dari “back” ke “front”).
4. Lakukan : Jika 3 coin yang berputar kekanan (atau jika 3 coin terletak pada collinear vertices)
 - Letakkan “back” dan tempatkan pada vertex dimuka dari “front”
 - Berikan nama kembali : “back” menjadi “front”, “front” menjadi “center”, “center” menjadi “back”.
 - Jika tidak (3 coin yang berputar ke kiri)
 - Letakkan “center” dan tempatkan pada vertex dibelakang “back”.
 - Pindahkan (atau abaikan selanjutnya) vertex yang berposisi sebagai “center”
 - Namakan kembali : “center” menjadi “back”, “back” menjadi “center”.
5. Hubungkan titik-titik yang tersisa sesuai urutannya. Dan sisa vertex tersebut akan membentuk convex hull dari sejumlah titik n yang semula.

Adapun flowchart algoritma Three Coin dapat dilihat pada gambar 3.



Gambar 3. Flowchart Algoritma Three Coins/Graham

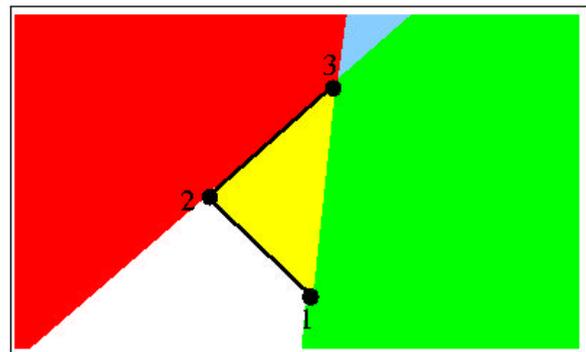
2. Algoritma Melkman

Algoritma Melkman merupakan suatu algoritma yang dapat diterapkan untuk menghitung convex hull secara on-line [8]. Sehingga setiap kali vertex di-inputkan, langsung dapat dicari convex hullnya. Dapat menghitung hull setiap saat titik dimasukkan. (sedangkan semua algoritma yang lain perlu mencari titik extreme). Ini berarti bahwa urutan dari vertices (searah jarum jam atau berlawanan arah jarum jam) juga tidak perlu untuk diketahui. Algoritma ini panjangnya hanya beberapa baris saja dan sangat efektif dalam mencari convex hull untuk simple polygon. Melkman menggunakan logika yang sama dengan algoritma yang lain. Perbedaannya yaitu algoritma tersebut memperbolehkan vertices untuk dipindahkan pada dua sisi dari rangkaian (decque) yang terbentuk. Algoritmanya adalah sebagai berikut :

- Menggunakan tiga vertices pertama yang dimasukkan dan membentuk convex hull

yaitu bentuk segitiga. Pada gambar 4, terjadi bentuk yang berputar ke kanan. Vertices disimpan dalam double ended queue (decque) : (bawah) 3-1-2-3 (atas).

- Sekarang pada vertex V berikutnya, dapat terletak pada daerah merah/hijau/biru/kuning.
- Jika terletak di daerah kuning, maka abaikan V dan semua vertices selanjutnya sampai vertices V yang selanjutnya tidak terletak dalam daerah kuning tersebut.
- Jika terletak di daerah merah, tarik kembali/hapus vertices dari atas pada decque (seperti 3, kemudian bisa 2 dan selanjutnya), sampai perputaran convex kembali bertemu. Kemudian push V ke atas dari sebuah decque.
- Jika terletak di daerah hijau, lakukan backtrack (hapus) dari dasar pada decque (seperti 3, kemudian bisa 1 dan selanjutnya), sampai perputaran convex kembali bertemu. Kemudian tambah V pada dasar dari decque.
- Jika terletak di daerah biru, ikuti instruksi seperti pada daerah merah dan hijau.
- Setelah itu, lanjutkan ke titik berikutnya.



Gambar 4. Daerah Melkman

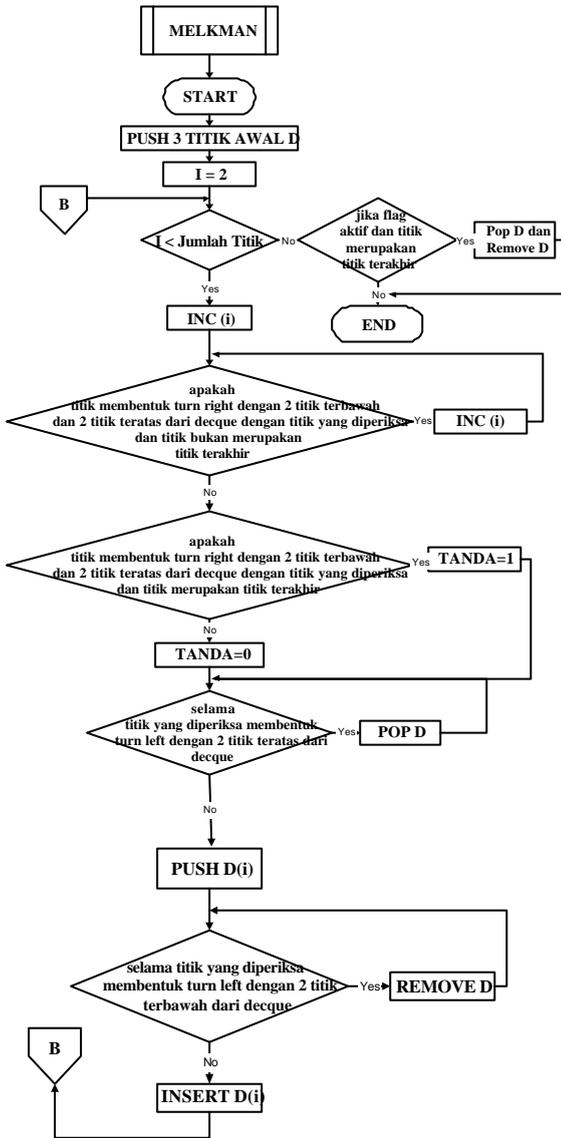
Adapun flowchart dari algoritma Melkman dapat dilihat pada gambar 5.

Pengujian Dan Analisis

Pengujian dilakukan dengan membandingkan kedua algoritma pembuatan convex hull yang meliputi berbagai bentuk simple polygon baik yang sederhana maupun yang kompleks, dan kecepatan proses pembuatan convex hull. Pada pengujian kecepatan ini dibuat tabel-tabel hasil pengujian dengan melakukan percobaan beberapa kali untuk mendapatkan hasil yang akurat.

Pengujian pertama dilakukan dengan menggambar simple polygon dengan jumlah bervariasi mulai dari 25 vertices sampai dengan

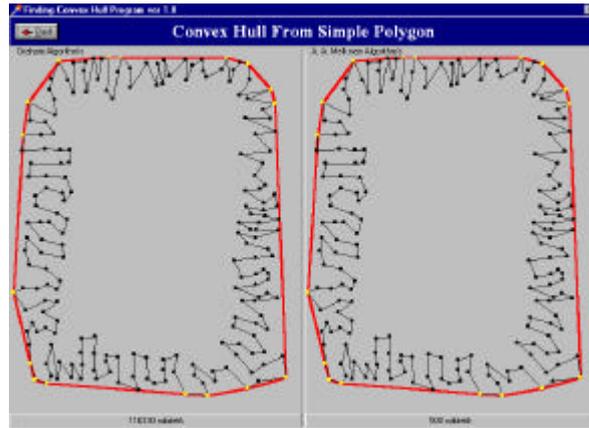
400 vertices. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 1 dan contoh hasil convex-hull dari simple polygon dengan 200 vertices dapat dilihat pada gambar 6.



Gambar 5. Flowchart Algoritma Melkman

Tabel 1. Hasil pengukuran waktu pembuatan convex-hull dengan Berbagai-banyak jumlah vertices

| Vertices | Graham(ms) | Melkman(ms) | Rasio |
|----------|------------|-------------|----------|
| 25 | 30.43 | 0.06 | 507.1667 |
| 50 | 44.02 | 0.11 | 400.1818 |
| 100 | 66.52 | 0.27 | 246.3704 |
| 200 | 116.33 | 0.50 | 232.6600 |
| 300 | 168.51 | 0.77 | 218.8442 |
| 400 | 239.36 | 1.05 | 227.9619 |

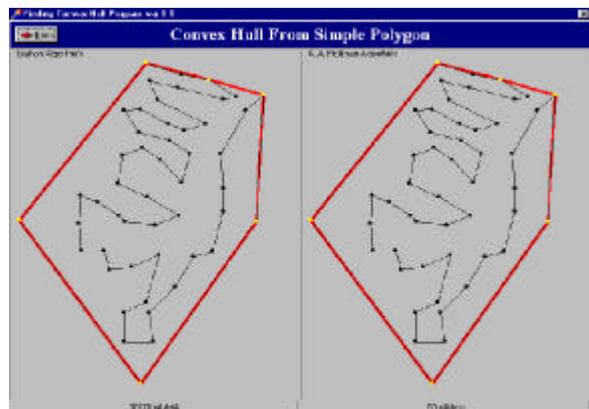


Gambar 6. Convex-hull dari Simple Polygon dengan 200 vertices

Hasil pengujian menunjukkan bahwa semakin banyak vertices maka waktu yang diperlukan untuk membuat convex hull menjadi lebih lama juga. Kolom rasio menunjukkan perbandingan kecepatan algoritma Melkman dan Graham. Dari rasio dapat dilihat bahwa untuk jumlah vertices yang lebih banyak, algoritma Graham tampak lebih efisien dalam pembuatan convex-hull.

Keterangan : Selama input yang dimasukkan adalah simple polygon, meskipun bentuknya kompleks dan banyak titik vertexnya, algoritma Melkman masih bisa mengatasinya, tetapi apabila sudah bukan simple polygon, maka hanya algoritma Graham yang bisa membuat convex hullnya.

Selanjutnya diadakan percobaan dengan memasukkan bentuk simple polygon yang mempunyai 50 vertices dengan berbagai macam bentuk yang memungkinkan, kemudian dicari convex hullnya dengan kedua macam algoritma dan diulang sebanyak 25 kali, contoh salah satu convex-hull dapat dilihat pada gambar 7 dan hasil pengujiannya dapat dilihat pada tabel 2.



Gambar 7. Simple Polygon dengan 50 vertices

Tabel 2. Rata-rata Hasil Penghitungan Waktu untuk pembuatan Convex-hull dengan 50 vertices

| NO. POLYGON | GRAHAM(ms) $O(n^2)$ | MELKMAN(ms) $O(n)$ |
|-------------|------------------------|-----------------------|
| 1 | 42,020 | 0,110 |
| 2 | 44,540 | 0,170 |
| 3 | 44,880 | 0,110 |
| 4 | 48,500 | 0,110 |
| 5 | 46,850 | 0,160 |
| 6 | 47,120 | 0,110 |
| 7 | 47,890 | 0,110 |
| 8 | 56,300 | 0,110 |
| 9 | 44,820 | 0,110 |
| 10 | 71,620 | 0,170 |
| 11 | 60,530 | 0,160 |
| 12 | 57,730 | 0,110 |
| 13 | 67,670 | 0,160 |
| 14 | 60,910 | 0,110 |
| 15 | 58,500 | 0,160 |
| 16 | 65,200 | 0,110 |
| 17 | 45,580 | 0,170 |
| 18 | 49,160 | 0,110 |
| 19 | 53,500 | 0,110 |
| 20 | 44,100 | 0,060 |
| 21 | 47,950 | 0,110 |
| 22 | 62,890 | 0,110 |
| 23 | 81,900 | 0,050 |
| 24 | 63,330 | 0,050 |
| 25 | 50,970 | 0,050 |
| JUMLAH : | 1364,460 | 2,900 |

Dari hasil tabel 2 dapat dihitung :

- Kecepatan rata-rata untuk algoritma Graham: $1364,46/25 = 53,8584$ ms
- Kecepatan rata-rata untuk algoritma Melkman: $2,9/25 = 0,116$ ms

Maka algoritma Melkman lebih cepat 464 kali dibandingkan dengan algoritma Three Coins (Graham).

Kesimpulan

1. Proses pembuatan convex hull untuk simple polygon dengan algoritma Melkman lebih cepat dibanding dengan algoritma Three Coins (Graham). Dari hasil pengujian yang diulangi sebanyak dua puluh lima kali, didapatkan bahwa kecepatan rata-rata untuk membuat convex hull untuk simple polygon dengan 50 vertices, menggunakan algoritma Three Coins (Graham) adalah 53.8584 ms sedangkan kalau memakai algoritma Melkman adalah 0,116 ms. Ini berarti bahwa algoritma Melkman lebih cepat 464 kali

dibandingkan dengan algoritma Three Coins (Graham).

2. Berdasarkan analisis program dari segi kompleksitas waktu maka didapatkan kompleksitas waktu untuk algoritma Three Coins (Graham) adalah $O(n^2)$ karena terdapat proses sorting sedangkan kompleksitas waktu untuk algoritma Melkman adalah $O(n)$.
3. Dari pembuatan convex-hull dengan berbagai jumlah vertices, algoritma Three Coin (Graham) lebih efisien dengan semakin banyaknya jumlah vertices.

Daftar Pustaka

- [1]. Aloupis, Greg and Bohdan Kaluzny. The Three Coins Algorithm for Convex Hulls of Polygons, <http://cgm.cs.mcgill.ca/~beezer/cs507/main.html>]. 1999.
- [2]. Ammeraal, Leendert. Programming Principles In Computer Graphics, John Wiley & Sons, Ltd., 1992.
- [3]. Garton, Ian. Ear Cutting for Simple Polygon. [http://www-cgri.cs.mcgill.ca/~godfried/teaching/cg-projects/97/Ian/cutting_ears.html]
- [4]. Gosper, Jeffrey J. Polygon Attributes. [<http://www.brunel.ac.uk/~castjjg/java/polygon/polygon.html>]. 1998.
- [5]. Gosper, Jeffrey J. 2D Convex Hulls. [http://www.brunel.ac.uk/~castjjg/java/msc_thesis/convex_hull/new/convex_hull.html]. 1998.
- [6]. Hearn, Donald and M. P. Baker. Computer Graphics, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall International, Inc., 1986.
- [7]. Jayasaputra, Edwin. Studi Banding Algoritma Convex Hull Untuk Simple Polygon, Universitas Kristen Petra, 2001
- [8]. Lang, Pierre. Computing the convex hull of a simple polygon in $O(n)$ time with A.A. Melkman's algorithm, [<http://www.cs.mcgill.ca/~plang/copgeo/copgeo.html#Reference>]. 1997.
- [9]. Nievergelt, Jurg and Klaus H. Hinrichs. Algorithms and data structures: with applications to graphics and geometry, Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall International, Inc., 1993.